

Lösningar till diagnos- prov i Matte 1b

Kap 1 Aritmetik

Namn: _____

Klass: _____

OBS! Utan kalkylator

Regler:

- Svar utan uträkningar ger inga poäng.*
- Uträkningarna ska vara läsliga, förståeliga och väl strukturerade.
- Det är inte tillåtet att använda kalkylator.
- Provtiden är 80 minuter.

* Gäller endast de frågor där det krävs uträkning. Om du är osäker om det krävs uträkning vid en viss uppgift, anta snarare att det krävs än att det inte krävs.

1. Beräkna: $4 + 6 \cdot 3$

Lösning: $4 + 6 \cdot 3 = 4 + (6 \cdot 3) = 4 + 18 = 22$

2. Vad blir resultatet av: $-12 - (-18)$

Lösning: $-12 - (-18) = -12 + 18 = 6$

3. Ange vad som är sant och vad som är falskt:

a) $-2 > -1$

Svar:

Falskt

b) $-6 < -4$

Sant

c) $-105 < 100$

Sant

d) $138 < -340$

Falskt

4. Ersätt frågetecknet i: $-13 + ? = 18$

Motivera ditt svar.

Lösning: På tallinjen måste man från -13 ta 13 steg åt höger för att komma till 0 och ytterligare 18 steg för att komma till 18. Alltså sammanlagt $13 + 18$ steg dvs $13 + 18 = 31$.

Därför: $-13 + 31 = 18$

Svar: 31

5. Förenkla följande uttryck $\frac{3^{11} \cdot 3^2}{3^3}$
till en potens med basen 3 :

Lösning: $\frac{3^{11} \cdot 3^2}{3^3} = \frac{3^{11+2}}{3^3} = \frac{3^{13}}{3^3} = 3^{13-3} = 3^{10}$

6. Förenkla följande uttryck $\frac{x^{-9}}{x^{-8}}$
så långt som möjligt:

Lösning: $\frac{x^{-9}}{x^{-8}} = x^{-9-(-8)} = x^{-9+8} = x^{-1} = \frac{1}{x}$

7. Beräkna:
- a) $(-72) \cdot (-11)$
 - b) $(-3)^2$
 - c) -3^2

a) Lösning: Pga minustecknen kommer resultatet att bli positivt. Därför räknar vi $72 \cdot 11$:

$$\begin{array}{r} 72 \cdot 11 \\ 72 \\ + 72 \\ \hline 792 \end{array}$$

Därför: $(-72) \cdot (-11) = 792$

b) Lösning: $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

c) Lösning: $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$

8. Vad blir resultatet av: a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

a) Lösning: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

b) Lösning: $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$

9. Vad är hälften av $1 \frac{1}{2}$?

Lösning: $1 \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ och $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$

10. Ange svaret i dess enklaste form: a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5}$

”Enklaste form” betyder:
- förkortad och
- blandad form, om det
är oäkta bråk.

b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5}$

c) $9 \cdot \frac{2}{5}$

a) Lösning:
$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{8} \cdot 5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

b) Lösning:
$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{\cancel{8}} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 2} = \frac{15}{16}$$

c) Lösning:
$$9 \cdot \frac{2}{5} = \frac{9}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{9 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{18}{5} = 3 \frac{3}{5}$$

11. Förkorta så långt som möjligt:
$$\frac{24 \cdot 8}{64 \cdot 3}$$

Lösning:
$$\frac{\cancel{24} \cdot 8}{64 \cdot \cancel{3}} = \frac{8 \cdot \cancel{8}^1}{\cancel{64} \cdot 1} = \frac{\cancel{8} \cdot 1}{\cancel{8} \cdot 1} = \frac{1}{1} = 1$$

12. Skriv i a) bråkform: 0,007

b) decimalform: $9 \frac{2}{5}$

Svar: 9,4

a) Lösning:
$$\frac{7}{1000}$$

b) Lösning:
$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = 0,4 \Rightarrow 9 \frac{2}{5} = 9,4$$

13. Vad blir resultatet av:

a)
$$\frac{11}{18} + \frac{7}{9} - \frac{2}{3}$$

Lösning:
$$\frac{11}{18} + \frac{7}{9} - \frac{2}{3} = \frac{11 \cdot 1 + 7 \cdot 2 - 2 \cdot 6}{18} = \frac{11 + 14 - 12}{18} = \frac{13}{18}$$

b)
$$\frac{5}{16} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

Lösning:
$$\frac{5}{16} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 1 + 1 \cdot 8 - 3 \cdot 4}{16} = \frac{5 + 8 - 12}{16} = \frac{1}{16}$$

14. Vilket är större? $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5}$ eller $\frac{3}{8} \div \frac{5}{2}$

Lösning: $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 2} = \frac{15}{16}$

$$\frac{3}{8} \div \frac{5}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{3 \cdot \cancel{2}^1}{4 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Man ser att 15/16 är mycket nära 1, ja nästan 1,

Svar: $\frac{3}{8} \div \frac{2}{5}$

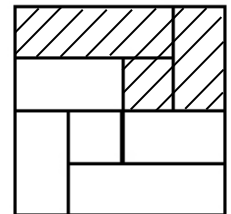
medan 3/20 är mycket mindre än 1. Därför är 15/16 större än 3/20.

15. Vilket tal ska 3/4 multipliceras med för att få 4/7? Ange resultatet i bråkform.

Lösning: $\frac{4}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{21}$

16. Skugga av $\frac{3}{8}$ av figuren.

Svar:

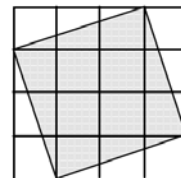


Motivering:

Om man drar de tjocka strecken i figuren lite vidare så att figuren blir indelad i lika stora små kvadrater, ser man att det blir 16 små kvadrater. 3/8 är lika med 6/16. Alltså måste man skugga 6 av de 16 små kvadraterna för att få 3/8 av figuren.

17. Ange den del av figuren som är skuggad som bråk.

Svar: $\frac{5}{8}$



Motivering:

Om man tittar på de icke-skuggade (vita) delarna i figuren och lägger ihop dem, ser man att de sammanlagt utgör 6 små kvadrater. Hela figuren består av 16 små kvadrater. Alltså består den skuggade delen av figuren av $16 - 6 = 10$ små kvadrater och därmed av 10/16 av hela figuren. Men 10/16 är lika med 5/8 när man förkortar med 2.

18. Under en vinternatt faller temperaturen med 4 grader Celsius per timme.

Svar: 3 timmar

Hur länge dröjer det tills den faller från -3 till -15 grader Celsius?

Motivera ditt svar.

Motivering:

Skillnaden i grader Celsius mellan -3 och -15 är: $(-3) - (-15) = -3 + 15 = 12$

Alltså faller temperaturen 12 grader under den aktuella vinternatten. Om den i regel faller 4 grader per timme, då måste det dröja $12/4 = 3$ timmar tills den fallit 12 grader.

19. Ange decimaltalet 5 689,34 som en summa av heltal multiplicerade med 10-potenser enligt det decimala positionssystemet.

Svar: $5\,689,34 = 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

20. En tändsticksask har måtten $5 \times 3 \times 1,5$ cm. I en tändsticksfabrik packas askarna i kartonger. En kartong har en volym av $\frac{9}{10}$ m³. Hur många tändsticksaskar ryms i en kartong?

Lösning:

Svar: 40 000

Eftersom det är frågan om hur många små tändsticksaskar som ryms i en stor kartong, måste man dela kartongens volym med en tändsticksasks volym. Dvs $(9/10)$ m³ med $(5 \times 3 \times 1,5)$ cm³. Men pga de två olika volymenheterna måste allt omvandlas till en enhet. Här har allt omvandlat till m³:

En tändsticksasks volym är: $5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} = 22,5 \text{ cm}^3$

Omvandlingen sker enligt: $1 \text{ cm} = 1/100 \text{ m}$

Alltså: $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 1/100 \text{ m} \cdot 1/100 \text{ m} \cdot 1/100 \text{ m} = 1/1000\,000 \text{ m}^3$

En tändsticksasks volym i m³:

$$22,5 \text{ cm}^3 = 22,5 \cdot 1/1000\,000 \text{ m}^3 = 22,5/1000\,000 \text{ m}^3$$

Slutligen delar vi kartongens volym med en tändsticksasks volym för att få antalet:

$$\frac{9}{10} \bigg/ \frac{22,5}{1000\,000} = \frac{9}{10} \cdot \frac{1000\,000}{22,5} = \frac{9 \cdot 1000\,000}{10 \cdot 22,5} = \frac{\cancel{9}^1 \cdot 1000\,000}{\cancel{22,5}_{25}} = \frac{1000\,000}{25} = 40\,000$$

21. Med vilket tal måste talet 480 multipliceras för att förstoras med $\frac{3}{4}$ av sin egen storlek? Dvs när talet multipliceras med 480 ska resultatet bli $\frac{3}{4}$ av 480 större än 480. Hitta talet och beräkna resultatet (det förstorade talet).

Svar: $1\frac{3}{4}$ och 840

Lösning:

Att förstoras med $\frac{3}{4}$ av sin egen storlek innebär att förstoras med en faktor $1\frac{3}{4}$. Därför är det sökta talet $1\frac{3}{4}$.

$$\text{Resultatet} = 1\frac{3}{4} \cdot 480 = (7/4) \cdot 480 = \frac{7 \cdot 480}{4} = \frac{7 \cdot 120 \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} = 840$$

$$\text{Alternativt: } 480 + \frac{3}{4} \cdot 480 = 480 + \frac{3}{4} \cdot 480 = 480 + \frac{3 \cdot \overset{120}{\cancel{480}}}{\cancel{4}_1} = 480 + 3 \cdot 120 = 480 + 360 = 840.$$

Tal som 480 måste multipliceras med, för att få 840, är $1\frac{3}{4}$.

$$\text{Bekräftelse: } 840/480 = 84/48 = (4 \cdot 21)/(12 \cdot 4) = 21/12 = 7/4 = 1\frac{3}{4}.$$

22. En korg med apelsiner delas ut till tre personer. Den förste får $\frac{2}{5}$ av korgen. Den andre får $\frac{1}{3}$ av resten. Den tredje får hälften av det som blir kvar. Hur stor del av den ursprungliga mängden apelsiner blir det kvar i korgen, efter att alla tre tagit sina andelar? Ange denna del som bråk.

Svar: $\frac{1}{5}$

Lösning:

Den förste får $\frac{2}{5}$ av korgen.

Rest som blir kvar i korgen: $\frac{3}{5}$.

Den andre får $\frac{1}{3}$ av resten dvs $\frac{1}{3}$ av $\frac{3}{5}$: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{1}{5}$. Rest som blir kvar i korgen: $\frac{2}{5}$.

Den tredje får hälften av resten $\frac{2}{5}$ dvs: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{1}{5}$. Rest som blir kvar i korgen: $\frac{1}{5}$.

23. Kalle och Pelle har extraknäckt och delat ut reklamblad. Kalle delade ut 1 100 reklamblad mellan kl 10 och 16. Pelle hann med 900 reklamblad mellan kl 14 och 18. De fick 1 000 kr för hela jobbet. När de vill fördela pengarna uppstår bråk. Kalle menar att man borde dela upp pengarna efter antal arbetstimmar, medan Pelle vill fördela efter antal utdelade reklamblad.

Hur mycket får Kalle och Pelle av pengarna om man fördelar efter

- arbetstid
- antal utdelade reklamblad

Svar: a) Kalle 600, Pelle 400

Svar: b) Kalle 550, Pelle 450

Lösning:

- | | | | |
|----|--|--|-------------|
| a) | Total arbetstid: | $6 \text{ h} + 4 \text{ h} = 10 \text{ h}$ | (h = timme) |
| | Timlön: | $1000 \text{ kr} / 10 \text{ h} = 100 \text{ kr/h}$ | |
| | Kalle har jobbat 6 h och får: | $6 \text{ h} \cdot 100 \text{ kr/h} = 600 \text{ kr}$ | |
| | Pelle har jobbat 4 h och får: | $4 \text{ h} \cdot 100 \text{ kr/h} = 400 \text{ kr}$ | |
| b) | Totala antalet reklamblad: | $1\,100 + 900 = 2000 \text{ blad}$ | |
| | Lön per reklamblad: | $1000 \text{ kr} / 2000 \text{ blad} = 1/2 \text{ kr/blad}$ | |
| | Kalle har delat ut 1 100 blad och får: | $1\,100 \text{ blad} \cdot 1/2 \text{ kr/blad} = 550 \text{ kr}$ | |
| | Pelle har delat ut 900 blad och får: | $900 \text{ blad} \cdot 1/2 \text{ kr/blad} = 450 \text{ kr}$ | |
-